

Ecuaciones Diferenciales II Examen VII

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen VII

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2014/2015.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Segundo examen.

Fecha 9 de junio de 2015.

Ejercicio 1. Encuentra la solución general de la ecuación diferencial $\dot{x} = tx^3$. En particular se especificará el dominio de definición $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$.

Ejercicio 2. Calcula un número real μ para el que se cumpla $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\|e^{At}\|}{e^{\mu t}} = 0$ si A es la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 4 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. La solución del problema de valores iniciales

$$\ddot{x} + x + x^3 = 0, \quad x(0) = 2\alpha, \quad \dot{x}(0) = \alpha$$

se denota por $x(t; \alpha)$. Calcula $x(t; 0)$ y $\frac{\partial x}{\partial \alpha}(t; 0)$ para cada $t \in \mathbb{R}$. Explica los teoremas que se emplean para justificar el cálculo anterior.

Ejercicio 4. Se considera una sucesión de funciones continuas $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ que converge uniformemente a $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ y una sucesión de números $t_n \in [0, 1]$ que converge a t_* . Demuestra que $f_n(t_n) \rightarrow f(t_*)$.

Ejercicio 5. Se considera el problema de valores iniciales

$$\dot{x} = \frac{f(t, x)}{t^2 + x^2}, \quad x(0) = 1$$

donde $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es continua y cumple la condición $|f(t, x)| \leq 2|x| + 7$ para cada $(t, x) \in \mathbb{R}^2$. Demuestra que existe una solución con intervalo maximal $] -\infty, +\infty[$.